



Волинський національний університет імені Лесі Українки
Кафедра математичного аналізу та статистики

СИЛАБУС

вибіркового освітнього компонента

ТЕОРІЯ ГРУП

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	Е Природничі науки, математика та статистика
Спеціальність	Е7 Математика
Освітня програма	Математика
Форма здобуття освіти	Денна
Розробник (викладач)	Волошина Тетяна Володимирівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент
Контактна інформація	Електронна адреса викладача: tetianavoloshyna@gmail.com Телефон: 050-26-28-392
Семестр, курс	5 семестр, 3 курс
Обсяг освітнього компонента	Загальний обсяг: 5 кредитів ЄКТС / 150 годин. Аудиторних годин: 30; з них: лекцій – 10 год., практичних – 20 год. Самостійної роботи: 110 годин. Консультацій: 10 годин.
Форма контролю	Залік
Мова навчання	Українська
Час занять	Тижневих годин – 2 год. Аудиторні заняття проводяться за розкладом: http://94.130.69.82/cgi-bin/timetable.cgi Консультації викладача відповідно затвердженого графіку.
Анотація курсу	Теорія груп вивчає їх основні властивості, системи твірних, автоморфізми, дію групи на множині, конструкції прямого та декартового добутку груп, будову абелевих груп. Поняття групи лежить у фундаменті сучасної математики, воно використовується як важлива складова частина інших алгебраїчних структур, що вивчаються у сучасній алгебрі, а також як самостійне поняття і ефективний інструмент дослідження у геометрії та топології, в теорії розв'язності диференціальних рівнянь, у кристалографії і квантовій механіці, у теорії захисту інформації та криптографії, в інших розділах математики та за її межами.
Мета і завдання освітнього компонента	Головною метою курсу є формування особистості здобувача, розвиток інтелекту, аналітичного та синтетичного мислення, математичної культури та інтуїції; оволодіння теоретичними основами та понятійним апаратом теорії груп; ознайомлення з основними напрямками в сучасних теоретико-групових дослідженнях; набуття навичок застосування отриманих знань на практиці; формування професійних компетентностей математика. Основні завдання курсу полягають у тому, щоб розвинути у здобувачів здатність до абстрактного мислення, формулювання проблем у математичній та в символічній формі; здатність конструювати формальні доведення; здійснювати дослідницьку роботу в сфері теорії груп та їх практичного застосування. Очікується, що після опанування вибіркового курсу «Теорія груп» здобувачі будуть знати теоретичні основи і застосовувати

	алгебраїчні методи для вивчення математичних структур (груп, напівгруп, кілець, полів, лінійних просторів та інших).
Soft skills	<p>Вивчення теорії груп сприяє тому, що здобувачі будуть розвивати у собі:</p> <ul style="list-style-type: none"> • здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу; • здатність генерувати ідеї, проявляти креативність; • здатність перевіряти гіпотези, умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів; • вміння будувати ланцюжки міркувань у логічній послідовності з метою доведення математичних тверджень; • здатність вести конструктивну дискусію; • здатність формулювати та обґрунтовувати висновки у словесній та формальній формі, приймати обґрунтовані рішення; • здатність до автономної роботи; • здатність працювати у малих групах над розв'язанням професійних задач; • цілеспрямованість та наполегливість у досягненні мети.

Структура освітнього компонента

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					Форма контролю* / бали
	Усього	у тому числі				
		Лекції	Практичні заняття	Консультації	Самостійна робота	
Змістовий модуль 1. Основні поняття теорії груп						
Тема 1. Поняття групи, приклади. Циклічні групи.	9	1	1	1	6	УО, РЗ / 5 б.
Тема 2. Ізоморфізм груп.	5		1		4	
Тема 3. Розклад на суміжні класи. Фактор-група	11	1	1	1	8	УО, РЗ / 5 б.
Тема 4. Основна теорема про гомоморфізм	6	1	1		4	
Тема 5. Спряженість у групі	9	1	1	1	6	УО, РЗ / 5 б.
Тема 6. Автоморфізми груп	11		2	1	8	РМГ / 5 б.
Тема 7. Системи твірних групи	10		2		8	
Тема 8. Прямий добуток груп	12	1	2	1	8	УО, РЗ / 5 б.
Тема 9. Дія групи на множині	11	1	1	1	8	УО, РЗ / 5 б.
Разом за змістовим модулем 1	84	6	12	6	60	30 б.
Змістовий модуль 2. Важливі класи груп: скінченні, прості, періодичні, абелеві						
Тема 10. Теореми Силова та їх застосування	22	2	4	2	14	УО, РЗ / 10 б.
Тема 11. Періодичні групи	15		2	1	12	УО, РЗ / 5 б.
Тема 12. Абелеві групи	29	2	2	1	24	РМГ, РЗ / 5 б.
Разом за змістовим модулем 2	66	4	8	4	50	20 б.
Письмова контрольна робота						25 б.
Колоквіум						25 б.
Всього годин / балів	150	10	20	10	110	100 б.

* УО – усне опитування; РМГ – робота в малих групах; РЗ – розв’язування задач.

Завдання для самостійного опрацювання

Самостійна робота здобувачів включає в себе:

- Опрацювання теоретичних основ лекційного матеріалу. 32 год.
Перевірка здійснюється під час практичних занять і враховується при виставленні поточної оцінки за відповідний змістовий модуль.
- Підготовка до практичних занять, виконання домашніх завдань. 20 год.
Перевірка здійснюється під час практичних занять. Якість, кількість і терміни виконання враховуються при виставленні поточної оцінки за відповідний змістовий модуль.
- Систематизація вивченого матеріалу перед контрольними заходами. 20 год.
Перевірка здійснюється під час контрольної роботи та під час колоквіуму.
- Вивчення тем, що не розглядаються в курсі лекцій. 38 год.
Перевірка здійснюється під час контрольних заходів.

Перелік тем, що виносяться на самостійне опрацювання

№ з/п	Тема	Кількість годин
1	Розв'язні групи	8
2	Прості скінченні групи	6
3	Нормальні та субнормальні ряди у групах	6
4	Групи підстановок	4
5	Підгрупа Фратіні	6
6	Застосування груп.	8
Разом		38

Оцінювання

Політика оцінювання та організація контрольних заходів здійснюється згідно з Положенням про поточне та підсумкове оцінювання знань здобувачів освіти Волинського національного університету імені Лесі Українки <https://cutt.ly/yrNruzhM>.

Оцінювання навчальних досягнень з вибіркового курсу «Теорія груп» здійснюється за 100 бальною шкалою. Оцінка включає в себе поточний контроль (оцінюється робота на парах під час усного опитування та розв'язування задач; вчасне і якісне виконання домашніх завдань, самостійне вивчення окремих тем курсу, виконання індивідуальних завдань – всього 50 балів за усі види робіт) та оцінки за колоквиум (25 балів) та письмову контрольну роботу (25 балів). Максимальна кількість балів, яку може накопичити здобувач за семестр, складає 100 балів. Призери студентської математичної олімпіади можуть отримати додаткові (бонусні) бали за правильне розв'язання задач з алгебри на олімпіаді (не більше 5 балів), які зараховуються як результати поточного контролю.

Письмова контрольна робота містить типові задачі курсу. На колоквиумі здобувачу пропонується письмово розкрити теоретичне питання. Розподіл балів між завданнями у межах письмової роботи та критерії їх оцінювання вказані у відповідній модульній роботі.

При оцінюванні окремого завдання (задачі) викладач керується наступними критеріями оцінювання:

- правильно розв'язана задача із повним обґрунтуванням усіх кроків (повністю та послідовно викладене теоретичне питання з доведенням та прикладами) оцінюється максимальною кількістю балів, передбаченою за це завдання;
- розв'язана задача, у викладках до якої допущено незначні недоліки, наявні прогалини у обґрунтуванні деяких кроків (теоретичне питання з неповним доведенням, без наведених прикладів, викладено непослідовно) оцінюється кількістю балів у межах 75-95% від максимальної кількості балів, передбаченою за це завдання;
- розв'язана задача, проте у її розв'язанні допущено суттєві помилки, висновки необґрунтовані (виклад теоретичного питання непослідовний, неповний, без доведень та прикладів, з неточностями у формулюваннях), оцінюється кількістю балів у межах 50-74% від максимальної кількості балів, передбаченою за це завдання;
- задача розв'язана не до кінця, з суттєвими помилками та прогалинами у розв'язанні, висновки відсутні (частковий виклад теоретичного питання, без доведень та прикладів, з суттєвими помилками), оцінюється кількістю балів у межах 25-49% від максимальної кількості балів, передбаченою за це завдання;
- задача нерозв'язана, проте наведені окремі продуктивні міркування та обчислення, які можуть привести до часткових чи проміжних результатів (поверхневий виклад міркувань щодо теоретичного питання, доведення відсутні, допущено грубі помилки), оцінюється кількістю балів у межах 11-24% від максимальної кількості балів, передбаченою за це завдання;

- задача нерозв'язана, наведені міркування та обчислення не привели до часткових чи проміжних результатів (містяться фрагментарні міркування щодо теоретичного питання, хибні твердження, неправильні формули), оцінюється кількістю балів, що не перевищує 10% від максимальної кількості балів, передбаченою за це завдання.

Якщо за результатами семестру здобувачем накопичено не менше 60 балів, і студент (ка) погоджується із цим результатом, то оцінка за семестр виставляється без складання заліку в день, передбачений графіком заліково-екзаменаційної сесії. Якщо за результатами семестру накопичено менше 60 балів або студент (ка) не погоджується із результатом, то він (вона) складає залік як ліквідацію академічної заборгованості, при цьому бали накопичені за семестр анулюються. Залік проходить у письмовій формі, здобувачу пропонується набір задач та теоретичних запитань, передбачених програмою курсу.

Перелік питань до заліку

Студенти повинні активно володіти наведеними нижче поняттями: знати означення, приводити приклади, знати властивості цих понять та зв'язки між ними; формулювати та доводити основні теореми (леми) щодо них:

- Група, підгрупа. Критерій підгрупи.
- Порядок елемента, порядок групи. Скінчені групи.
- Теорема Лагранжа та наслідок з неї про порядок елемента.
- Класи суміжності групи за підгрупою. Нормальні підгрупи.
- Лема Коші.
- Фактор-множина, фактор-група.
- Поняття ізоморфізму, гомоморфізму груп. Ядро гомоморфізму та його властивості.
- Основна теорема про гомоморфізм.
- Автоморфізми груп. Група автоморфізмів.
- Внутрішні та зовнішні автоморфізми групи. Теорема про групу внутрішніх автоморфізмів групи.
- Відношення спряженості у групі та його властивості
- Спряжені множини, спряжені підгрупи. Критерій нормальної підгрупи.
- Теорема про кількість множин, спряжених з даною множиною, та наслідок з неї про потужності класів спряжених елементів у скінченній групі.
- Нормалізатор, централізатор, центр. Їх властивості.
- Формула класів спряженості.
- Системи твірних групи. Приклади систем твірних груп.
- Скінчено-породжені групи та їх властивості.
- Зовнішній прямий добуток груп, його властивості.
- Внутрішній прямий добуток підгруп групи.
- Критерій розкладності групи в прямий добуток двох своїх підгруп.
- Розклад скінченних циклічних груп у прямі добутки підгруп.
- Поняття p -групи. Приклади. Порядок p -групи. Теорема про центр p -групи.
- Силівська p -підгрупа групи. Її порядок у скінченній групі.
- Теореми Силова (про існування, про занурення, про спряженість, про кількість).
- Періодичні групи, приклади.
- Групи без скругу, приклади.
- Теорема про фактор-групу абелевої групи за її періодичною частиною.
- Теорема про необхідну і достатню умову розкладності скінченної групи в прямий добуток своїх силівських підгруп.
- Примарна група, p -елемент, p -компонента групи, p -компонента абелевої групи.
- Теорема про розклад періодичної абелевої групи в прямий добуток своїх примарних підгруп.

- Вільна абелева група скінченного рангу. Система твірних вільної абелевої групи, незалежна система елементів у вільній абелевій групі.
- Властивості вільної абелевої групи. Лінійно незалежні системи твірних вільної абелевої групи.
- Теорема про неізоморфність вільних абелевих груп різних рангів.
- Лема про гомоморфізм вільної абелевої групи на скінченно породжену абелеву групу, наслідок з неї.
- Фактор-група вільної абелевої групи.
- Основна теорема про скінченно породжені абелеві групи.
- Основна теорема про скінченні абелеві групи.
- Кількість неізоморфних абелевих груп порядку p^n .
- Кількість неізоморфних абелевих груп порядку $n = p_1^{k_1} p_2^{k_2} \cdots p_m^{k_m}$.

Вирішення конфліктних ситуацій

Будь-яка конфліктна ситуація, що виникає між учасниками освітнього процесу вирішується згідно з Положенням про порядок і процедури вирішення конфліктних ситуацій у ВНУ імені Лесі України <https://cutt.ly/SteZfYIg>.

Політика викладача щодо здобувача

Усі учасники освітнього процесу повинні дотримуватись вимог чинного законодавства України, Статуту і Правил внутрішнього розпорядку ВНУ імені Лесі України, загально-прийнятих морально-етичних принципів, правил поведінки та корпоративної культури; підтримувати атмосферу доброзичливості, відповідальності, порядності й толерантності. Атмосфера на заняттях повинна бути творчою, відкритою до конструктивної критики. Недопустимі запізнення на заняття без поважних причин; користування мобільним телефоном або іншими мобільними пристроями під час заняття не з навчальною метою, зокрема розмови, переписка, ігри та інші розваги; списування. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції і практичні заняття курсу. У випадку запровадження дистанційної форми навчання, що може бути пов'язано із карантинном, надзвичайними ситуаціями, воєнним станом і т. ін., заняття проводитимуться в режимі відео конференції Zoom та / або з використанням платформи Moodle <https://moodle-cs.vnu.edu.ua/>. Матеріал пропущених занять здобувач опрацьовує самостійно, звітує про виконання викладачу в індивідуальному порядку. Пропущені заняття не звільняють студента від вчасного виконання контрольних заходів разом із групою.

Перезарахування окремих змістових модулів, контрольних заходів в межах освітнього компонента регламентується Положенням про визнання результатів навчання, отриманих у формальній, неформальній та/або інформальній освіті у Волинському національному університеті імені Лесі України <https://cutt.ly/erMCERSG>.

Політика щодо академічної доброчесності

Під час навчання учасники освітнього процесу зобов'язані дотримуватися академічної доброчесності: етичних принципів та визначених законом правил, якими мають керуватися учасники освітнього процесу під час навчання, викладання та провадження наукової діяльності <https://cutt.ly/VrMCNwQN>.

Дотримання академічної доброчесності здобувачами передбачає: самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю (для осіб з особливим освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їх індивідуальних потреб і можливостей); посилення на джерела інформації у разі використання ідей, тверджень, відомостей; дотримання норм законодавства про авторське право; надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності.

Під час оцінювання результатів навчання студенти не користуються забороненими засобами (мобільний телефон, планшет, конспект, навчальна література, інші джерела інформації, в тому числі Інтернет-ресурси), самостійно виконують запропоновані завдання.

Політика щодо дедлайнів та перескладання

Якщо здобувач вищої освіти був відсутній на заняттях з будь-якої причини, він/вона вивчають теоретичний матеріал самостійно використовуючи навчальні посібники, конспекти лекцій, дистанційний курс, виконують всі завдання для аудиторних занять, всі домашні завдання. Прозвітуватися про виконання завдань можна під час консультацій, одночасно при цьому з'ясувати незрозумілі моменти, задати запитання викладачу.

Перескладання контрольних заходів заборонено. Роботи, які здаються із порушенням термінів без поважних причин, оцінюються на нижчу оцінку.

Рекомендована література

Методичне забезпечення

1. Волошина Т.В. Елементи теорії груп: навч. посіб. Луцьк: Вежа-Друк, 2023. 145 с.
2. Волошина Т.В. Групи, кільця, поля (курс лекцій). Луцьк: Вежа-Друк, 2020. 84 с.

Основна література

1. Hall M. The Theory of Groups. NY: The Macmillan Co, 1965. 436 p.
2. Ганюшкін О. Г., Безущак О. О. Теорія груп: навчальний посібник. К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2005. 128 с.
3. Ганюшкін О. Г., Безущак О. О. Завдання до практичних занять з алгебри і теорії чисел (теорія груп): навчальний посібник. К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2015. 132 с.
4. Калужнін Л. А., Суцанський В. І. Перетворення і підстановки: навчальний посібник. 1976. 160 с.

Додаткова література

1. Lang S. Algebra. NY: Springer-Verlag New York, 2002. 918 p.
2. Лиман Ф. М. Елементи теорії груп. Суми: РВВ СДПІ, 1999. 40 с.
3. Гаврилків В. М. Елементи теорії груп та теорії кілець: навчальний посібник. Івано-Франківськ: Голіней, 2018. 148 с.
4. Забавський Б. В., Андрійчук В. І., Гаталевич А. І., Пігура О. В. Загальна алгебра: навчальний посібник. Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2018. 186 с.
5. Суцанський В. І., Сікора В. С. Операції на групах підстановок. Теорія та застосування: навчальний посібник. Чернівці: Технодрук, 2017. 240 с.
6. Тилищак О. А. Елементи теорії груп: навч. посібник. Ужгород: Видавництво УжНО «Говерла», 2009. 40 с.

Затверджено на засіданні кафедри математичного аналізу та статистики

протокол № 8 від 30 січня 2026 р.

Завідувач кафедри

Погоджено

Гарант освітньо-професійної програми



Федуник-Яремчук О.В.

Волошина Т.В.